

Fibonacci-Koeffizienten

Entwickeln Sie die Funktion $f = f(z)$ mit

$$f(z) = \frac{1}{1 - z - z^2}$$

an der Stelle $z_0 = 0$ in eine Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$. Zeigen Sie die rekursive Bildungsvorschrift

$$a_0 = a_1 = 1, \quad a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

(Fibonacci-Zahlen) und geben Sie die Koeffizienten a_n explizit an. Welchen Konvergenzradius hat diese Potenzreihe?

Hinweis: Bestimmen Sie die Nullstellen z_1, z_2 des Nenners von f , schreiben Sie f in der Form

$$f(z) = \frac{a}{z - z_1} + \frac{b}{z - z_2}$$

mit geeigneten Zahlen a, b und benutzen Sie die Summenformel für die geometrische Reihe.